

2024 年度華數國際線上數學選拔賽 (初一組試卷)

本試卷的附圖不一定依比例繪成。

選擇題 (每題 10 分, 共 6 題)

選擇題 (每題 10 分)

1. 設 a 及 b 為實數, 且 $a^2 + b^2 - 2a + 6b + 10 = 0$ 。求 $\frac{b}{a}$ 的值。

A. -3 (Answer)

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 1

2. 設整數 $\overline{8326 \times 9}$ 可被 3 整除, 其中 $0 \leq x \leq 9$ 。問 x 有多少個可能的值。

A. 4

B. 3 (Answer)

C. 2

D. 1

3. 一長方體長、闊及高皆為大於 1 的整數。已知長方體的體積為 105 cm^3 , 則此長方體的總表面面積為多少?

A. 61

B. 71

C. 122

D. 142 (Answer)

4. 設 n 為一正整數。

已知 $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 。

求 $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+51)$ 的值。

A. 1306

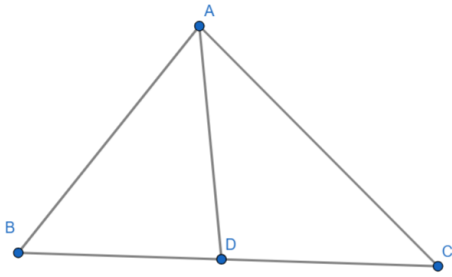
B. 22763

C. 23426 (Answer)

D. 46852

5. 在三角形 ABC 中， D 為 BC 上的一點且 AD 平分 $\angle BAC$ 。

已知 $AB = 6$ ， $AC = 8$ 及 $BD = \frac{30}{7}$ ，求 $\angle BAC$ 。



- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90° (Answer)

6. 設 a 及 b 為正整數且 $a + b\sqrt{3} = \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$ 。

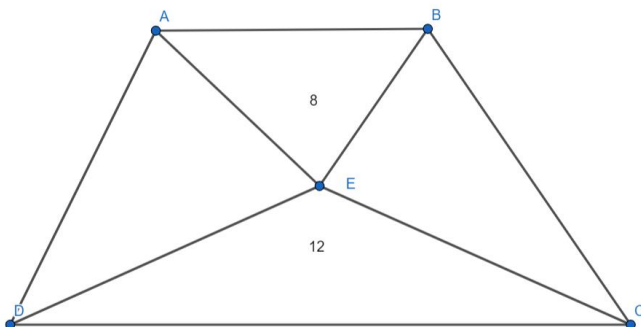
求 $a + b$ 的值。

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4 (Answer)

填充題 (每題 10 分)

1. 如图，在一个梯形内有两个面积分别为 8 和 12 的三角形。已知梯形的上底长是下底长的 $\frac{4}{5}$ ，
则梯形的面积 = _____。

(Answer: $\frac{198}{5}$ / $39\frac{3}{5}$)



2. 已知： $x = \frac{1}{2}(2024^{\frac{1}{a}} + 2024^{-\frac{1}{a}})$ (a 是奇数)。那么 $(x + \sqrt{x^2 - 1})^a$ 的值 = _____。

(Answer: 2024)

3. 甲、乙两人对同一个数做带余除法，甲将它除以 5，乙将它除以 4。现知乙所得的商与甲所得的余数之和为 12, 则乙所得的余数 = _____。

(Answer: 2)

4. 实数 x 满足 $\sqrt{2220+x^4} + \sqrt{2020-x^4} = 76$, 则

$$\sqrt{x^4 + 2220} + 3\sqrt{2020 - x^4} = \text{_____}。$$

(Answer: 100)

5. 用长度相等的 150 根火柴杆，摆放成一个三角形，使最大边长度是最小边长度的 4 倍。

满足此条件的每个三角形的小边所用的火柴杆根数 = (_____) 或 (_____)。

(Answer: (17) 或 (18))

6. 当正整数 $n = \text{_____}$, $\frac{[\sqrt{n(n+3)(n+6)(n+9)}]}{6}$ 是质数，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数。

(Answer: 5)