

2023 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽 (決賽)

中二組試卷

日期：2023 年 5 月 13 日

一小時三十分鐘完卷 (10:00 am – 11:30 am)

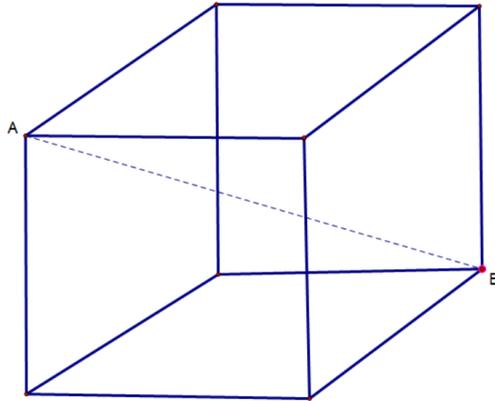
比賽須知：

1. 全卷共 11 題，包括甲部填空題 8 題，每題 10 分；乙部解答題 3 題，每題 20 分；總分 140 分。
2. 參賽學生必須全部作答，甲部及乙部答案寫在第四頁的答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位，只須寫上數字；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟。。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

甲部：填充題 (共八題，每題 10 分，共 80 分)

1. 在圖中，正方體的對角線 AB 的長度是 $\sqrt{12}$ cm。若該正方體的體積是 M cm^3 ，求 M 的值。



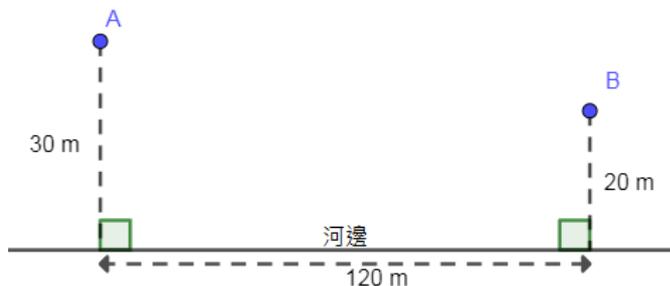
2. 把數字 2, 3, 4 組成沒有重複的三位數，求這些三位數之和。

3. 化簡 $\sqrt{9 - 2\sqrt{23 - 6\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}}$ 。

4. 化簡 $\frac{2^{335} \times 8^{111}}{4^{333}}$ 。

5. 解聯立方程 $\begin{cases} 2021x + 2023y = 6065 \\ 2023x + 2021y = 6067 \end{cases}$ 。

6. 圖中所示，某人每天由 A 點出發到河邊取水，然後再帶水到達 B 點。求由 A 點到河邊再到 B 點的最短距離。



7. 若實數 $a \neq b$ ，且 $a^2 - 4a + 1 = b^2 - 4b + 1 = 0$ ，求 $a^3 + b^3$ 的值。

8. 已知 x 及 y 為整數且 $x^2 - y^2 = 17$ 。

對於以上方程所有的解 (x, y) ，求 $2022x + 2023y$ 所有可能值之和。

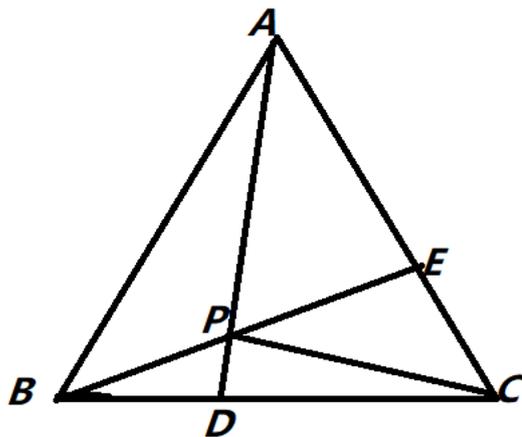
乙部：解答題 (共三題，每題 20 分，共 60 分。必須寫出詳細解答過程或步驟)

1. 若 $x^3 + px + q = (x-a)(x-b)(x-c)$ ，且 $q \neq 0$ ，求 $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ 的值。

2. 正整數 $a > b$ ，且 $a^2 + b^2$ 除以 $a + b$ 的商為 q ，餘數為 r 。

若 $q^2 + r = 77$ ，則 q, r, a 及 b 的值各是多少？

3. 如圖，邊長為 6 的等邊三角形 ABC 中， D 及 E 分別是 BC 和 AC 上的動點，運動過程中保持 $CE = BD$ ， AD 與 BE 的交點為 P ，求 P 點運動軌跡的長度。



全卷完