

# 2023 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽 (決賽)

## 中二組試卷

日期：2023 年 5 月 13 日

一小時三十分鐘完卷 (10:00 am – 11:30 am)

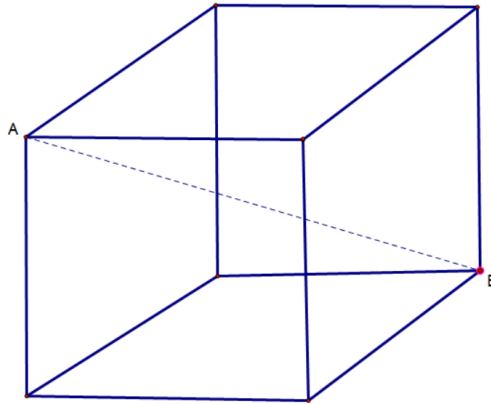
比賽須知：

1. 全卷共 11 題，包括甲部填空題 8 題，每題 10 分；乙部解答題 3 題，每題 20 分；總分 140 分。
2. 參賽學生必須全部作答，甲部及乙部答案寫在第四頁的答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位，只須寫上數字；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟。。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。  
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

甲部：填充題 (共八題，每題 10 分，共 80 分)

1. 在圖中，正方體的對角線  $AB$  的長度是  $\sqrt{12}$  cm。若該正方體的體積是  $M$   $\text{cm}^3$ ，求  $M$  的值。



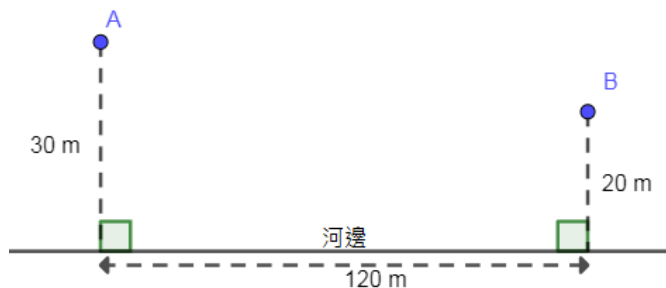
2. 把數字 2, 3, 4 組成沒有重複的三位數，求這些三位數之和。

3. 化簡  $\sqrt{9 - 2\sqrt{23 - 6\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}}$ 。

4. 化簡  $\frac{2^{335} \times 8^{111}}{4^{333}}$ 。

5. 解聯立方程  $\begin{cases} 2021x + 2023y = 6065 \\ 2023x + 2021y = 6067 \end{cases}$ 。

6. 圖中所示，某人每天由  $A$  點出發到河邊取水，然後再帶水到達  $B$  點。求由  $A$  點到河邊再到  $B$  點的最短距離。



7. 若實數  $a \neq b$ ，且  $a^2 - 4a + 1 = b^2 - 4b + 1 = 0$ ，求  $a^3 + b^3$  的值。

8. 已知  $x$  及  $y$  為整數且  $x^2 - y^2 = 17$ 。

對於以上方程所有的解  $(x, y)$ ，求  $2022x + 2023y$  所有可能值之和。

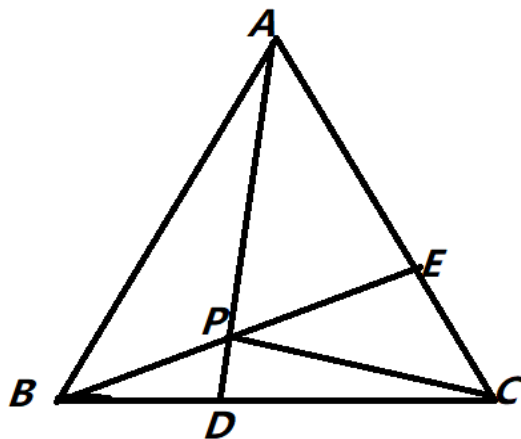
乙部：解答題 (共三題，每題 20 分，共 60 分。必須寫出詳細解答過程或步驟)

1. 若  $x^3 + px + q = (x-a)(x-b)(x-c)$ ，且  $q \neq 0$ ，求  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$  的值。

2. 正整數  $a > b$ ，且  $a^2 + b^2$  除以  $a + b$  的商為  $q$ ，餘數為  $r$ 。

若  $q^2 + r = 77$ ，則  $q, r, a$  及  $b$  的值各是多少？

3. 如圖，邊長為 6 的等邊三角形  $ABC$  中， $D$  及  $E$  分別是  $BC$  和  $AC$  上的動點，運動過程中保持  $CE = BD$ ， $AD$  與  $BE$  的交點為  $P$ ，求  $P$  點運動軌跡的長度。



全卷完