

# 2023 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽 (決賽)

## 中一組試卷

日期：2023 年 5 月 13 日

一小時三十分鐘完卷 (10:00 am – 11:30 am)

比賽須知：

1. 全卷共 11 題，包括甲部填空題 8 題，每題 10 分；乙部解答題 3 題，每題 20 分；總分 140 分。
2. 參賽學生必須全部作答，甲部及乙部答案寫在第四頁的答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位，只須寫上數字；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟。。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。  
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

甲部：填充題 (共八題，每題 10 分，共 80 分)

1. 設一直角三角形斜邊的邊長為 20 cm，求這個直角三角形的最大可能面積。
2. 已知一個長方體的長、闊及高皆為大於 1 的整數且長方體體積為  $105 \text{ cm}^3$ 。  
求長方體的總表面面積。
3. 已知平面上有三個相異的點，且三點不共線。與這三點距離相等的直線共有多少條？
4. 18000 有多少個正因子 (包括 1 及 18000)？
5. 求  $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+2023}$  的值。
6. 解方程  $x(1+2+3+\cdots+100) = 1+3+5+\cdots+99$ 。
7. 已知  $x$  及  $y$  為整數且  $x^2 - y^2 = 17$ 。  
對於以上方程所有的解  $(x, y)$ ，求  $2022x + 2023y$  所有可能值之和。
8.  $A$  及  $n$  都是正整數，且  $A = (n-7)(n+8)$  是平方數，求  $n$  的最大可能值。

乙部：解答題 (共三題，每題 20 分，共 60 分。必須寫出詳細解答過程或步驟)

1. 幾個人網上購物，商品  $A$  每件 5 元，商品  $B$  每件 6 元，每個人花的錢一樣多，都是 121 元。各買了商品  $A$  和  $B$  若干 ( $\neq 0$ )，但是任何 2 個人買的  $A$  商品數量都不同。那麼，他們最多共有多少人？各買的商品  $A$  的件數是多少？
2. 一根長線對摺再對摺，一共對摺  $m$  次得到一線束。用剪刀將得到的線束剪成  $n$  等份，展開後得到 2 種不同長度的小段，若較長的小段的數量占所有小段數量的  $\frac{1}{11}$ ，求  $m$  和  $n$ 。
3. 某傳染病醫院現有病床 500 張，醫生 20 人。因疫情需要，需再增加 500 個病床。若一個醫生最多可以管理 20 個病人，且每個醫生 7 天之中必須休息 1 天。那麼，
  - (a) 這個醫院至少還要增加多少個醫生？
  - (b) 若在抗疫期間有 2 位醫生染病並成為該醫院的病人，為使醫院正常運轉，在沒有繼續增加醫生的情況下，每個健康醫生需要工作多少天才可以輪休 1 天？

全卷完