

2023 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽 (決賽)

小高組試卷

日期：2023 年 5 月 13 日

一小時三十分鐘完卷 (10:00 am – 11:30 am)

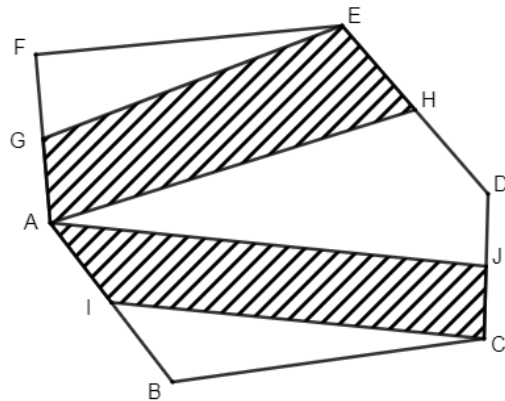
比賽須知：

1. 全卷共 11 題，包括甲部填空題 8 題，每題 10 分；乙部解答題 3 題，每題 20 分；總分 140 分。
2. 參賽學生必須全部作答，甲部及乙部答案寫在第四頁的答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位，只須寫上數字；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟。。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

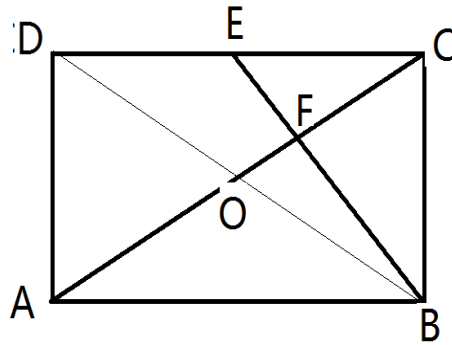
甲部：填充題 (共八題，每題 10 分，共 80 分)

1. 某青蛙向前跳後會向右轉 5° 。重複上述動作一定次數後，青蛙會返回一開始的位置。若青蛙返回起始位置總共跳躍了 144 m。請問青蛙每次跳躍的距離是多少？
2. 圖中所示為六邊形 $ABCDEF$ ，其中 G 、 H 、 I 及 J 分別為 AF 、 DE 、 AB 及 CD 的中點。若六邊形的面積為 14，求圖中陰影部分面積。



3. 在 1 至 15 這 15 個正整數中，至少要取出多少個不同的數，才能保證取出的數字中必有兩個數，其中一個數是另一個數的倍數。
4. 若規定 $4 \otimes 3 = 1$ 代表 4 除以 3 的餘數是 1，請問 $(131 \otimes 51) \otimes 17 = ?$
5. 若 $10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$ ，尾數有兩個 0。
請問 $25!$ 的尾數有多少個 0？
6. 已知 $x^2 - y^2 = 165$ ，其中 x 及 y 均為質數。求 $x^2 + y^2$ 的值。
7. 甲，乙及丙三人分別有一些錢，已知甲和乙共有 32 元，乙和丙共有 30 元及甲和丙共有 42 元，問甲乙丙三人共有多少元？

8. 如圖， AC 是矩形 $ABCD$ 的對角線， E 是 CD 的中點， BE 與 AC 交於 F ， $CF = \frac{5}{3}$ 。
若矩形的邊長都是整數，求矩形較長一邊的長度。



乙部：解答題 (共三題，每題 20 分，共 60 分。必須寫出詳細解答過程或步驟)

1. 兩條平行線上共有 k 個點，任取三點，可以構成 81 個三角形，那麼 k 值是多少？
2. 從 1 至 20 這些整數中選出一個數 m ，設 $A=1+2+3+\cdots+m$ 和 $B=(m+1)+(m+2)+\cdots+20$ ，且 A, B 除以 11 有相同的餘數。
求 m 所有可能的值。
3. 邊長為整數、面積與周長之比等於 $\frac{20}{9}$ 的矩形有多少個？它們的邊長各是多少？

全卷完