

2022 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽 (決賽)

中一組試卷

日期：2022 年 12 月 10 日

一小時三十分鐘完卷 (10:00 am – 11:30 am)

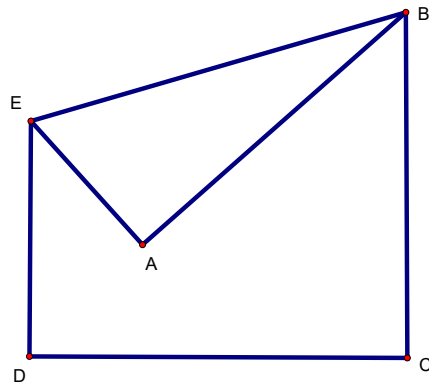
比賽須知：

1. 全卷共 12 題，包括甲部填空題 8 題，每題 10 分；乙部解答題 3 題，每題 20 分；丙部建模計算題 1 題 20 分，總分 160 分。
2. 參賽學生必須全部作答，乙部及丙部的答案寫在答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位，只須在電腦系統上輸入數字；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟，完成乙部及丙部的題目後，須拍照上傳到指定系統上。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

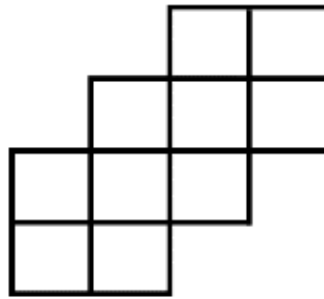
甲部：填充題 (共八題，每題 10 分，共 80 分)

1. 若三角形 ABC 的三個內角分別是 36° 、 b° 及 c° ，其中 b 及 c 是正整數，求 c 的最大可能值。
2. 在一個數學比賽，每一個參賽者必須解答難題 12 題。參賽者答對一題可得 10 分，答錯一題則倒扣 4 分 (漏空沒作答也當作答錯)。小明參加了這個比賽，他的最後得分是 64 分，問小明答錯了多少題？
3. 已知 a, b 皆為質數，若 $a+b$ 也是質數，求 $a+b$ 的最小數值。
4. 將一邊長為 4 cm 的正方形紙 $ABCD$ 摺出以下圖形，若三角形 ABE 的面積為正方形面積的 $\frac{1}{8}$ ，求 DE 的長度。



5. 求 3^{2022} 的個位數字。

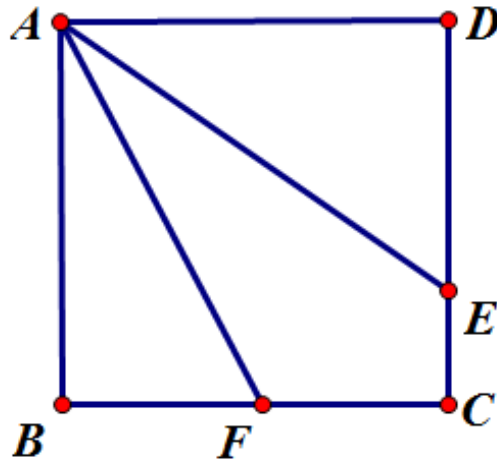
6. 計算 $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} + \frac{1}{120} + \frac{1}{168} + \frac{1}{224} + \frac{1}{288}\right) \times 128$ 。(答案必須以假分數表示)
7. 某商店舉辦購物卷獎賞活動。活動的規則是：使用現金 100 元購物可獲得 50 元的購物券，不足 100 元的部分略去 (例如使用現金 150 元購物僅可獲得 50 元購物券)；購物券不能單獨支付物價，使用購物券購物時，至少需要使用同等數額的現金搭配支付物價。如果在是次活動期間，陳先生共花了 1000 元現金購物，他最多可以買得總售價為多少元的物品？(購物結束後剩下的購物券視為作廢。)
8. 把 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 這 10 個自然數填到下圖的十個小方格內，每個小方格只可以填入一個數字及每個數字只能使用一次，使得每個“田”字形的 4 個格子中所填入的數字之和都等於 p (共三個“田”字形)，那麼 p 的最大值是多少？



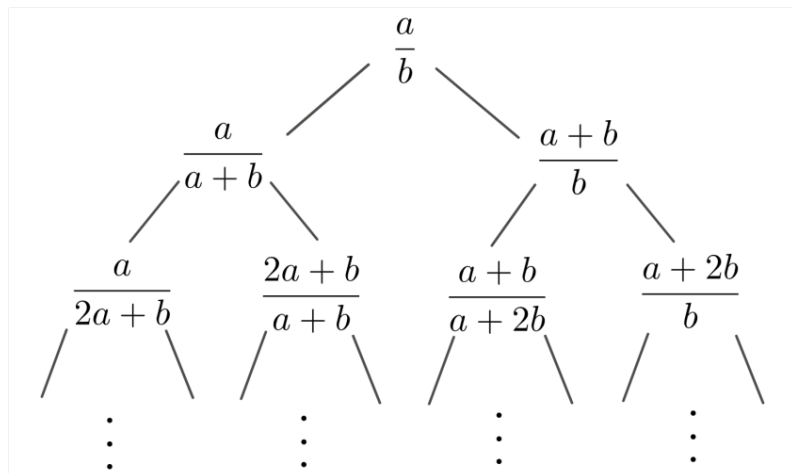
乙部：解答題 (共三題，每題 20 分，共 60 分。必須寫出詳細解答過程或步驟)

1. 考慮不超過 40 的正奇數 n ，它可以寫成兩個質數的和，也可以寫成兩個質數的差，如 $5 = 2 + 3 = 7 - 2$ 。求所有滿足這樣條件的 n 之和。

2. 如下圖所示， $ABCD$ 為一邊長是 8 的正方形。已知 E 為 CD 上一點， $\angle BAE$ 的角平分線交 BC 於 F 。已知 $\triangle ADE$ 的面積為 24，求 $\triangle ABF$ 的面積。



3. 如下圖所示，從第 1 層分數 $\frac{a}{b}$ 開始，第二層左方寫 $\frac{a}{a+b}$ ，即分子不變，而分母是上層分數的分子分母之和；右方寫 $\frac{a+b}{b}$ ，即分母不變，而分子是上層分數的分子分母之和。繼續按照這樣的方法在第二層分數下方寫上第三層；如此類推寫第四層，……。若第一層從 $\frac{2}{3}$ 開始（即 $a=2, b=3$ ），則第 2 層 2 個分數依次為 $\frac{2}{5}, \frac{5}{3}$ ，第 3 層 4 個分數依次為 $\frac{2}{7}, \frac{7}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{3}$ ，如此等等。問第七層由左數至右，第 57 個分數是多少？



丙部：建模計算題 (共一題，20 分)

1. 將一個不大於 100 的正整數 n 輸入到程式中，程式將按照以下步驟執行：

步驟 1：令 a 的值等於 1，令 b 的值等於 100，令 p 的值等於 0；

步驟 2：令 s 的值等於 a 與 b 的和，令 q 的值等於 s 除以 2 的商的正整數部分；將 p 的值加 1；

步驟 3：如果 q 等於 n ，輸出 p ，結束整個程式；否則，執行步驟 4；

步驟 4：如果 q 小於 n ，則令 a 的值等於 q ，跳轉至步驟 2；否則，令 b 的值等於 q ，跳轉至步驟 2。

現在將正整數 $n = 46$ 輸入到程式中，依次列出程式運算過程中 q 的值，及求程式最後輸出的 p 值。

全卷完