

Senior Primary Answer

1.  $(2021 * 2023) * 2022 = \left( \frac{2021 + 2023}{2} \right) * 2022 = 2022 * 2022 = 2022$

2. Answer =  $1 + 2 + 3 + \dots + 13 + 14 = 105$

3. 6

4. The greatest possible area is  $\frac{2 \times 7 + 4 \times 7 + 2 \times 1 + 4 \times 1}{2} = 24 \text{ cm}^2$

5. The smallest value of  $a$  is 500 000.

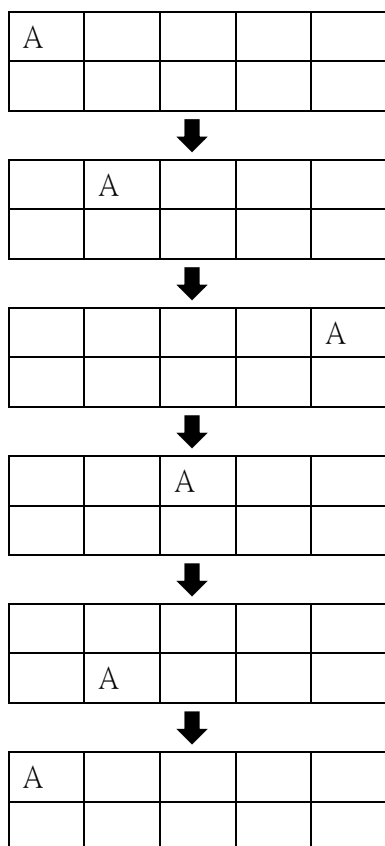
6. 49

7.  $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \frac{3}{5 \times 6 \times 7} + \dots + \frac{1011}{2021 \times 2022 \times 2023} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{2021 \times 2023} \right)$

Hence the answer is  $\frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) = \frac{1011}{4046}$ .

8. 答：5

解：按照不同位置的走向，例如 A 的走法為：



所以，A 會行 5 次後復位。

## 解答題

1. 由於甲乙二人是沿同一方向跑，甲每秒跑  $\frac{1}{60}$  圈，乙每秒跑  $\frac{1}{75}$  圈，甲每秒比乙多跑

$\frac{1}{60} - \frac{1}{75} = \frac{1}{300}$  圈，所以甲乙二人每過 300 秒相遇一次。

另一方面，甲丙二人是沿相反方向跑，甲每秒跑  $\frac{1}{60}$  圈，丙每秒跑  $\frac{1}{72}$  圈，甲與丙每秒共跑

$\frac{1}{60} + \frac{1}{72} = \frac{11}{360}$  圈，所以甲丙二人每過  $\frac{360}{11}$  秒相遇一次。

我們需要找一個最小的正整數，既是 300 的整數倍又是  $\frac{360}{11}$  的整數倍。

不難算出這 個數是  $1800 = 300 \times 6 = \frac{360}{11} \times 55$ 。

因此，在起跑後 1800 秒 (=30 分鐘)，甲乙二人相遇，甲丙二人也相遇，即三個人同時相遇。

2. 解. 由被 11 整除的數的特點, 奇數位之和與偶數位之和的差是 11 的倍數. 又因為  $0+1+9+7=3+6+8$ ,  $0+3+6+8=1+9+7$ ,  $0+8+9=1+3+6+7$ , 且找不到其它情況符合被 11 整除的特徵.
- 第一種情況: 0,1,7,9 在奇數位, 3,6,8 在偶數位有  $3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 108$  個.
- 同理第二種情況: 0,3,6,8 在奇數位, 1,7,9 在偶數位也有 108 個,
- 第三種情況 1,3,6,7 在奇數位, 0,8,9 在偶數位有  $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$  個, 總共有  $108+108+144=360$  個.
3. 結果是 2022 482622 482622....., 首 2022 個數字之和是
- $$2+2+2+4*337+8*337+2*336+6*336+2*336+2*336 = 8082$$

### 建模計算題

1. Answer is 53