中一組 F.1 (10 marks for each question)

1. 最大 $a = 5 \times 4$，最小 $b = 5 \times (-3)$，故 $\frac{a}{b} = -\frac{4}{3}$

2. $M = a + b + 5$；$N = -a - b + 5 \Rightarrow M + N = 10$

3. 延長 AD 到 E，使 $DE = AD = 4$，連 CE．則 $CE = AB$，但在△ACE 中，$3 = AE - AC < CE < AC + AE = 5 + 8 = 13$．故 a+b=16

4. $\frac{1}{2}(x+y)^2 \le x^2 + y^2 \le 2(x+y) \Rightarrow (x+y)(x+y-4) \le 0 \Rightarrow 0 \le x+y \le 4$．故 $x+y$ 共有 5 個可能值．$x=y=0$ 時，$x+y=0$；$x=y=2$ 時，$x+y=4$；故這 5 個可能值都能取到

5. 只能取走第二層左前與右後的兩個小正方體

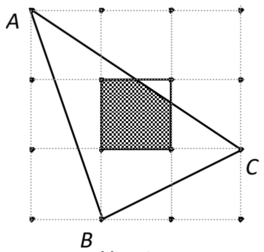
6. b 與 a 的奇偶性相同，末位元數位加奇數數位會改變其奇偶性，故必是 b 的末位數加 2 得 a 的末位數． 經試驗，b 的末位元數字可能值有 1 與 6．
b 的末位元數字為 1 時，a 的末位元數字為 3，b 乘以 3 後不進位，此時 a 的十位元數字應是 b 的十位元數字乘以 3 的結果，仍不改變奇偶性，不能由一個數位加奇數數位得到．故 b 的末位數不能是 1．
b 的末位元數位為 6 時，例如 $b = 16$，$a = 3b = 48$，a，b 均是大於 10 的整數，位元數相同，且滿足把 b 的末位數加 2 得 8，十位元數字加 3 得 4．故解是 6

7. 從 1，2，3，4 這四個數中一次隨機地取兩個數，求所取出兩個數滿足其中一個數是另一個數的兩倍的概率.

答：$\frac{1}{3}$．

解：共有 6 種方法，其中(1，2)，(2，4)兩種方法滿足要求，所求概率＝$\frac{1}{3}$．

8. 如圖，方格紙中的每個小正方形的邊長為 1．記圖中陰影部分的面積為 S_1，$\triangle ABC$ 的面積為 S_2，求 $\frac{S_1}{S_2}$．



第 2 题

答案：$\frac{11}{42}$．

解：$S_2 = S_{\triangle ABC} = 9 - 5.5 = 3.5$；

陰影部分面積 $S_1 = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{12}$．故 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{11}{42}$．

9. 設 p 為質數，m 為整數，滿足 $p^3+m(p-2)=m^2-p+1$，求 p 和 m 所有可取值。

答案：$(p, m)=(2，3)$ 或 $(2，-3)$

解：由 $p^3+m(p-2)=m^2-p+1$，得
$p(p^2+m+1)=(m+1)^2$． ①
所以 p 整除 $(m+1)^2$．
因為 p 為質數，從而得 p 整除 $|m+1|$．
令 $m+1=kp$ (k 為整數)，代入①，整理得
$p=k(k-1)$．
由於 $k(k-1)$為偶數，所以 p 為偶數，而 p 為質數，
於是 $p=2$．
因此 $k(k-1)=2$，解得 $k=-1$ 或 2，從而 $m=-3$ 或 3．
故所求數對 $(p，m)=(2，3)，(2，-3)$．

10. 將長為 24cm、寬為 10cm 的矩形紙片沿一條對角線對折後，平放在桌面上，求它覆蓋桌面的面積．

答案：$169\frac{7}{12}$．

解：如圖，設 $DE=x$，$AE=24-x$，$\triangle AEB'\cong\triangle CDE$，

是，$10^2+x^2=(24-x)^2\Rightarrow x=\frac{119}{12}$，$S_{\triangle AEB'}=\frac{1}{2}\times\frac{119}{12}\times 10=\frac{595}{12}$；

蓋面積$=\frac{1}{2}\times 24\times 10+\frac{595}{12}=169\frac{7}{12}$．