2019 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽（決賽）

小高組試卷

日期： 2019 年 3 月 16 日

一小時三十分鐘完卷 (上午 10:00 至上午 11:30)

比賽須知：

1. 全卷共 10 題，滿分 100 分。包括填空題 6 道，每題 10 分；詳答題 4 道，每題 10 分。

2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。

3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；詳答題要求寫出詳細過程。

4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。

5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。

6. 參賽學生在**本試卷**和**答題紙上**填寫以下資料：座位編號、學生姓名及學校名稱。(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

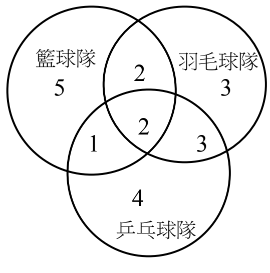
一、填空題 (每小題 10 分，共 60 分。)

1. 在如圖所示的 4×4 方格中，每一橫行、直行和對角線上都應是 1，2，3，4 四個數，則 a 與 b 的乘積為 (　　)。

1			
	2		a
b		3	
		1	

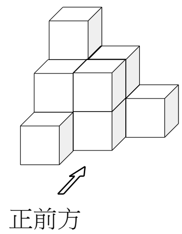
(第 1 題)

2. 學校的籃球隊、羽毛球隊、乒乓球隊各有 10 名隊員， 某些隊員不止參加了一支球隊，具體情況如圖所示。現從這三支球隊的全體隊員中隨機抽取一名隊員，則該隊員只屬於一支球隊的概率為 (　　)。



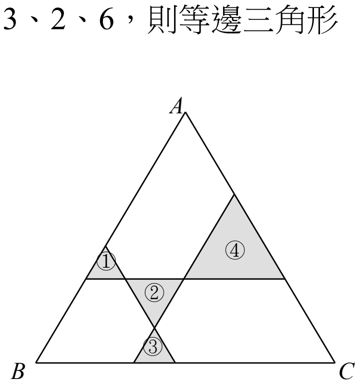
(第 2 題)

3. 如圖所示的幾何體是由 11 個相同的小正方體擺放而成，在不改變它的三視圖的情況下，最多可以取走小正方體的個數為(　　)。



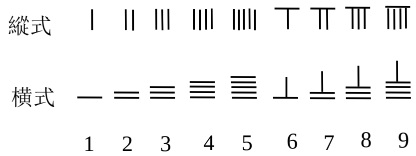
(第 3 題)

4. 用平行於等邊三角形 ABC 的邊的直線將此三角形分成如圖所示的 7 個部分，其中區域①、②、③、④均為等邊三角形，它們的邊長分別為 2、3、2、6，則等邊三角形 ABC 的邊長為 (　　) 。



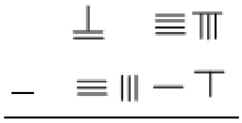
(第 4 題)

5. 春秋末年，我國廣泛使用算籌為計算工具進行計算。算籌計數有縱式和橫式(如圖)。



(第 5 題)

計數時，如《孫子算經》所說：“一縱十橫，百立千僵，千十相望，萬百相當”，即個位用縱式，十位用橫式，百位用縱式，千位用橫式……(如記 17048 為“”，其中空格表示 0)，那麼，用算籌表示以下算式



的結果是(   )。

6. 設 n 是正整數，將從 1 至 n 這 n 個連續正整數的積記為 $n!$，如 $1!=1$， $2!=1\times2=2$，$3!=1\times2\times3=6$。若正整數 a，b，c，d，w 滿足等式 $a!+b!+c!+d!=w!$，則所有滿足等式的數 w 之和為 (   )。

二、解答下列各題 (每小題 10 分，共 40 分，要求寫出詳細過程。)

7. 德國數學家洛薩·柯拉茨在 1937 年提出了一個猜想：如果 n 是奇數，我們計算 $3n+1$；如果 n 是偶數，我們除以 2。不斷重複這樣的運算，經過有限步驟後一定可以得到 1。例如，$n=6$ 時，經過上述運算，依次得到一列數 6，3，10，5，16，8，4，2，1。梁同學對某個正整數 n，按照上述運算，得到一列數，已知第 6 個數為 1，求 n 的所有可取值。

8. 若將 9 個數按照從小到大的順序排成一列，中間的數恰是這 9 個數的平均數，前 5 個數的平均數是 40，後 5 個數的平均數是 60，求這 9 個數的和。

9. 若存在整數 a_1，a_2，…，a_n，滿足 $a_1+a_2+\ldots+a_n=a_1a_2\ldots a_n=n$，則稱數 n 為"美麗數"。在 1，2， …，2019 這 2019 個正整數中，有多少個 "美麗數"？

10. 已知一個長方體的長、寬、高各不相同，且此長方體相鄰兩個面的面積之和與長方體的所有棱長之和的比值只可能是 3，5，7，求該長方體的長、寬和高之和。

全卷完