

# 2019 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽（決賽）

## 小中組試卷

日期： 2019 年 3 月 16 日

一小時三十分鐘完卷（上午 10:00 至上午 11:30）

### 比賽須知：

1. 全卷共 10 題，滿分 100 分。包括填空題 6 道，每題 10 分；詳答題 4 道，每題 10 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；詳答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試卷和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名及學校名稱。  
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

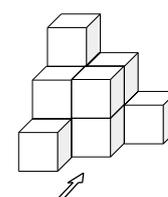
一、**填空题** (每小題 10 分，共 60 分。)

1. 在如圖所示的  $4 \times 4$  方格中，每一橫行、直行和對角線上都應是 1, 2, 3, 4 四個數，則  $a$  與  $b$  的乘積為 ( )。

1			
	2		$a$
$b$		3	
		1	

(第 1 題)

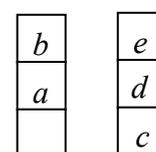
2. 如圖所示的幾何體是由 11 個相同的小正方體擺放而成，在不改變它的三視圖的情況下，最多可以取走小正方體的個數為( )。



正前方

(第 2 題)

3. 電腦中的堆疊是一些連續的存儲單元，每個堆疊中資料的存入、取出都按照“先進後出”的原則。如圖，堆疊 (1) 中的 2 個連續存儲單元已依次存入資料  $b, a$ ，取出資料的順序是  $a, b$ ；堆疊 (2) 中的 3 個連續存儲單元已依次存入資料  $e, d, c$ ，取出資料的順序是  $c, d, e$ 。現在要從這兩個堆疊中取出 5 個資料（每次取出 1 個資料），則有多少個不同順序的取法？  
( )

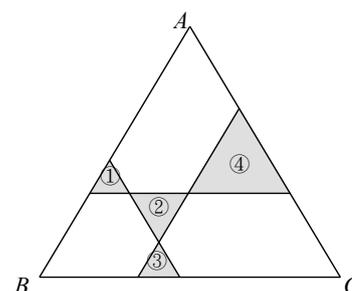


(1)

(2)

(第 3 題)

4. 用平行於等邊三角形  $ABC$  的邊的直線將此三角形分成如圖所示的 7 個部分，其中區域①、②、③、④ 均為等邊三角形，它們的邊長分別為 2、3、2、6，則等邊三角形  $ABC$  的邊長為 ( )。



(第 4 題)

5. 春秋末年，我國廣泛使用算籌為計算工具進行計算。算籌計數有縱式和橫式(如圖)。

縱式						┌	┐	┑	┒
橫式	—	==	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

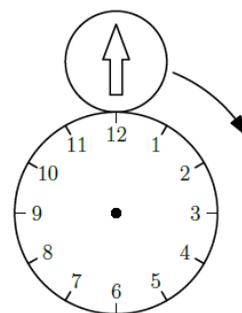
(第5題)

計數時，如《孫子算經》所說：“一縱十橫，百立千僵，千十相望，萬百相當”，即個位用縱式，十位用橫式，百位用縱式，千位用橫式……(如記 17048 為 “ | ⊥ ≡ || ”，其中空格表示 0)，那麼，用算籌表示以下算式

⊥	≡	
—	≡	—┌

的結果是( )。

6. 如圖所示，已知一個圓形鐘面的半徑為 30 cm，半徑為 15 cm 的圓盤與圓形鐘面相切。當切點在 12 點時，圓盤上的指針箭頭豎直向上。圓盤沿鐘面邊界滾動，則當指針箭頭再次豎直向上時，圓盤與鐘面相切的切點在鐘面的位置是哪一個數字?( )。



(第6題)

二、解答下列各題 (每小題 10 分，共 40 分，要求寫出詳細過程。)

7. 從 1, 2, 3, 4 這四個數中一次隨機地取兩個數，所取出兩個數滿足其中一個數是另一個數的兩倍的情況有幾多種？
8. 某人使用計算器計算全班 50 名學生的一次數學測驗的平均分時，如果錯將其中的一個成績 115 分輸入為 15 分，那麼由此求出的平均分比實際平均分低多少分？
9. 若將 9 個數按照從小到大的順序排成一列，中間的數恰是這 9 個數的平均數，前 5 個數的平均數是 40，後 5 個數的平均數是 60，求這 9 個數的和。
10. 德國數學家洛薩·柯拉茨在 1937 年提出了一個猜想：如果  $n$  是奇數，我們計算  $3n+1$ ；如果  $n$  是偶數，我們除以 2。不斷重複這樣的運算，經過有限步驟後一定可以得到 1。例如， $n=6$  時，經過上述運算，依次得到一系列數 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1。梁同學對某個正整數  $n$ ，按照上述運算，得到一系列數，已知第 6 個數為 1，求  $n$  的所有可取值。

全卷完