



全國華羅庚金杯少年數學邀請賽香港賽區組織委員會主辦
旅港福建商會教育基金有限公司、中國燭光教育基金贊助

第二屆華羅庚杯香港中學(中一級)數學邀請賽 賽 題

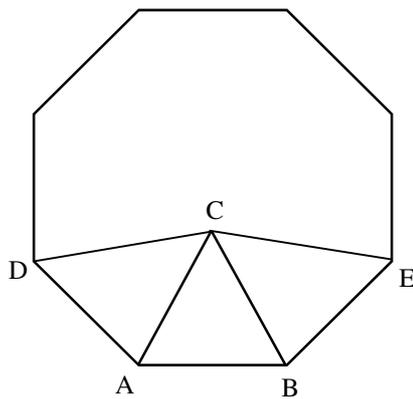
(時限：一小時三十分)

比 賽 須 知

- (1) 全卷分甲、乙兩部。甲部為計算題：第 1 至 12 題，乙部為應用題：第 13 至 20 題。參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
- (2) 甲部每題 1 分，無須書寫步驟，只須在答題紙上填寫答案。
- (3) 乙部每題 3 分，須詳細列明演算過程，並連同答案一併填寫在答題紙預留的空位上。
- (4) 參賽學生在答題紙上，僅須填寫參賽編號，不可填寫學生姓名和學校名稱。
- (5) 本卷的附圖不一定依比例繪成。比賽時，不准使用任何計算工具(例如 計算機等)。違規學生將被取消資格。
- (6) 參賽學生如有需要，可要求增派補充答題紙。

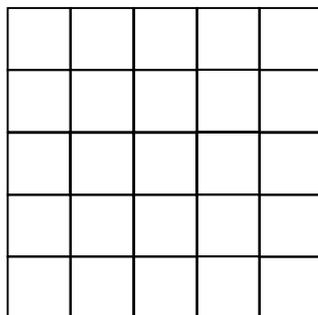
一、計算題 (只需寫出答案)

1. 計算： $\frac{4}{5} + 1\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} + \cdots + 20 = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知 $(x^2 + x + 2)^5 = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \cdots + a_1x + a_0$ ，求 $a_{10} - a_9 + a_8 - a_7 + \cdots - a_1 + a_0$ 的值。
3. 如果 a 、 b 都是自然數，並且 $b^3 = 3528a$ ，則 a 可以取到的最小的數是多少？
4. 已知 x 無論取什麼值，分式 $\frac{ax+3}{bx+5}$ 必為同一定值，求 $\frac{a+b}{b}$ 的值。
5. 已知 m 是奇數， n 是偶數，方程組 $\begin{cases} x - 2006y = m \\ 11x - 27y = n \end{cases}$ 的解 $x=p, y=q$ 都是整數，判斷整數 p 、 q 的奇偶性。
6. 如果一個凸 n 多邊形除了一個內角外，其餘的 $(n-1)$ 個內角和為 2000° ，問該多邊形原有多少條邊？
7. 圖一所示為一正八邊形。已知圖中的 $\triangle ABC$ 是等邊三角形，求 $\angle DCE$ 。



圖一

8. 圖二所示為一個由 25 個小正方形組合而成的大正方形。若圖中共可數得 A 個正方形，求 A 的值。



圖二

9. 已知 $x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc}$ ，且 a, b, c 都不等於 0。求 x 的所有可能值。
10. 求滿足不等式 $n^{200} > 6^{300}$ 中 n 的最小整數值。
11. 在某次聚會上，共有 10 對夫婦參加。若每位男士除自己配偶外都必須和其他人握手，而女士與女士則不用握手。問在是次聚會中，客人共握了手多少次？
12. 將兩位數的數值除以它的數字和，所得的商的最大值是多少？

二、應用題 (需寫出主要步驟)

13. 如果 $|a - 2| + (ab - 2)^2 = 0$,

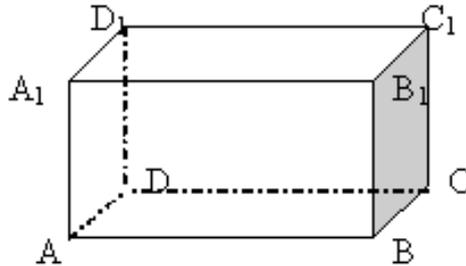
求 $\frac{1}{ab} + \frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \dots + \frac{1}{(a+2006)(b+2006)}$ 的值。

14. 已知方程組 $\begin{cases} ax + by = -16 \\ cx + 20y = -224 \end{cases}$ 的解應為 $\begin{cases} x = 8 \\ y = -10 \end{cases}$ ，小明解題時把 c 抄錯了，因此得到

的解是 $\begin{cases} x = 12 \\ y = -13 \end{cases}$ ，求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的值。

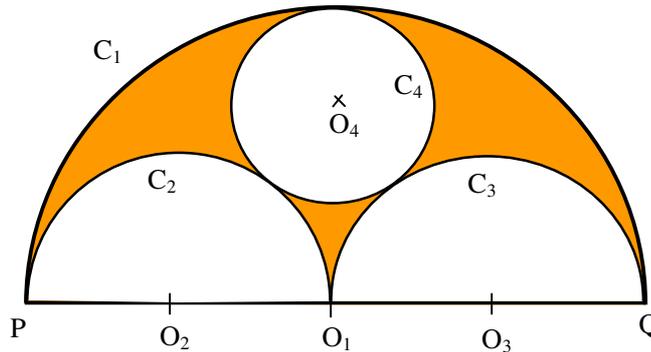
15. 已知方程 $(3x+2)^{x+5} = 1$ ，求方程的所有可能解。

16. 圖三所示為一隻螞蟻在盒子內從 A 點爬到 C_1 點。已知 $AB = 5$ ， $BC = 4$ ， $AA_1 = 3$ ，求螞蟻爬行的最短距離的平方值。



圖三

17. 如圖四所示， O_1 、 O_2 、 O_3 和 O_4 為不同圓的圓心。已知 P 、 O_2 、 O_1 、 O_3 和 Q 為共線，且圓 C_4 內切於 C_1 及外切於半圓 C_2 ， C_3 。若 $PQ = 20$ ，求陰影部份的面積。(答案保留 π)



圖四

18. 甲、乙、丙三人以不變的速度從 A 地向 B 地出發。已知乙比丙遲了 10 分鐘出發，出發後 20 分鐘乙追上丙。甲比乙遲了 10 分鐘出發，出發後 30 分鐘甲追上乙。問甲出發後多久便可追上丙。

19. 已知 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 中每一個數值只能取 0、1、2 中的一個，且滿足 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = -17$ ， $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 37$ 。求 $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3$ 的值。

20. 一群小朋友購買售價是 3 元和 5 元的兩種商品。每人購買的數量最少是一件。他們也可購買相同的商品。但每人的購買總金額不得超過 15 元，若小朋友中至少有三人購買的兩種商品的數量完全相同，問這群小朋友至少有多少人？