

華羅庚金杯少年數學邀請賽

2018 年香港賽區決賽

小高組試卷

日期：2018 年 3 月 10 日

一小時三十分鐘完卷 (上午 10:00 至上午 11:30)

比賽須知：

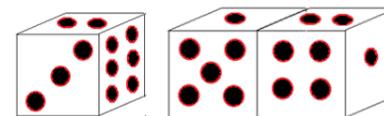
1. 全卷共 14 題，滿分 150 分。包括填空題 8 道，每題 10 分；簡答題 4 道，每題 10 分；詳答題 2 道，每題 15 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；簡答題要求寫出簡要過程；詳答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有題目，答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試題和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名、及學校名稱。
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

本試卷共設 14 題，全部試題均須作答，所有答案寫在答題紙上。

一、 填空題（每小題 10 分，共 80 分）

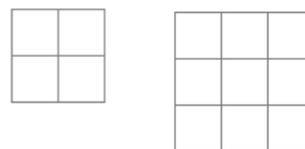
1. 黑球、白球和紅球共 100 個，已知黑球數量比白球數量多一倍，紅球數量比黑球數量多 10 個，那麼紅球數量應是（_____）個。
2. 若連續的四個自然數(正整數)都是合成數，則這四個數的和最小值應是（_____）。
3. 將算式“ $10 \div 9 \div 8 \div 7 \div 6 \div 5 \div 4 \div 3 \div 2$ ”只添上若干個括号，使算式的計算結果是自然數，則這新算式的結果最小值應是（_____）。
4. 已知 n 是兩個質數的乘積，且知不包括 n 的所有正因數之和是 1000，求 n 。
5. $\frac{1}{[2.1]} + \frac{1}{[6.2]} + \frac{1}{[12.3]} + \frac{1}{[20.4]} + \frac{1}{[30.5]} + \frac{1}{[42.6]} + \frac{1}{[56.7]} + \frac{1}{[72.8]} + \frac{1}{[90.9]} =$ （_____）。
其中 $[x]$ 記為不超過 x 的最大整數，如， $[2] = 2$, $[3.14] = 3$ 等等。
6. 甲、乙兩火車站，均每隔 2.5 小時相向發出各一列客車，速度相同。另有一列貨車，在甲、乙車站之間行駛，每隔 7.5 小時，該貨車後面被一列客車從後面追上，則每隔（_____）小時，該貨車迎面相遇一列客車。
7. 小華計畫做一些數學題，從某天開始，每天都做題，但各天做題的數量互不相同，他最多用（_____）天就可以做完 30 道數學題。
8. 右圖所示為兩個由三粒一模一樣的骰子堆砌而成的立體，右邊兩個立體的背面上所有黑點的總數應是（_____）。



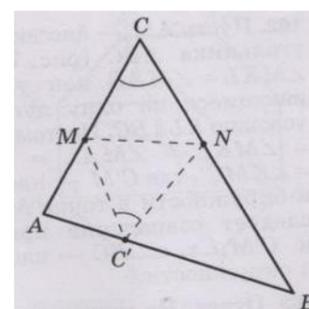
二、 解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

9. 有甲乙兩組數，甲組有 12 個數，乙組有 22 個數，將甲組最小的 4 個放到乙組去，乙組數的平均值增多了 1，甲組的平均數增多了 3，問原來甲組的平均數與乙組的平均數的差是多少？

10. 如圖所示，擺放 2×2 的 4 宮格，需用 12 根火柴；擺放 3×3 的 9 宮格，需用 24 根火柴。已知小明用 1300 根火柴，擺放了 $m \times m$ 的 m^2 宮格，則 m 的數值等於多少？



11. 三角形紙片 ABC 沿直線 MN 折疊，使頂點 C 恰落在邊 AB 上的 C' 點，而沒有覆蓋的部分恰好是頂點分別為 A 和 B 的兩個等腰三角形 $AC'M$ 與 $BC'N$ ，則 $\angle C =$ () 度。(右圖是示意圖)。

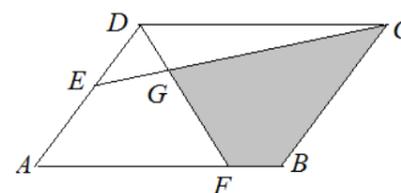


12. 在一正方體的 6 個表面上各寫一個正整數，並在正方體每個頂點寫上該頂點所在的 3 個面上的正整數的乘積。如果在 8 個頂點上所寫的整數之和為 70，則在各表面上所寫的整數之和為 70，則在各表面上所寫的整數的和是多少？

三、 解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

13. 有一個三位數，將百位的數字換為十位的數字，個位不變，則十位數字換為 () 後，可以得到一個盡可能大的三位數，正好是原數的 3 倍。

14. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，已知 $AE=ED$ ， $AF=3FB$ ，四邊形 $BCGF$ 的面積是 39，則 $ABCD$ 的面積是多少？



-- 全卷完 --