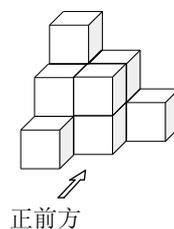


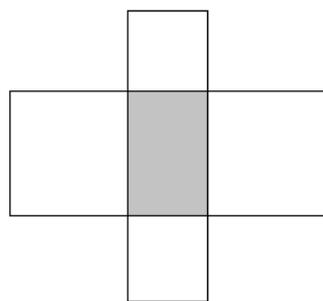
小学中年级组试题

一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

1. 如右图所示的几何体是由 11 个相同的小正方体摆放而成，在不改变它的三视图的情况下，最多可以取走小正方体的个数为（ 2 ）



2. 若将 9 个数按照从小到大的顺序排成一列，中间的数恰是这 9 个数的平均数，前 5 个数的平均数是 40，后 5 个数的平均数是 60，则这 9 个数的和为（ 450 ）
3. 德国数学家洛萨·科拉茨在 1937 年提出了一个猜想：如果 n 是奇数，我们计算 $3n + 1$ ；如果 n 是偶数，我们除以 2。不断重复这样的运算，经过有限步骤后一定可以得到 1。例如， $n=6$ 时，经过上述运算，依次得到一系列数 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1。小梁同学对某个正整数 n ，按照上述运算，得到一系列数，已知第 6 个数为 1，则正整数 n 的所有可能取值为 4, 5, 32。（按对一个 3 分，两对个 6 分，全对 10 分，不倒扣）
4. 3^{2014} 的个位数字是 9。
5. 运动会开幕式中，手持鲜花的小学生在一辆彩车的四周围成每边三层的方阵。得知方阵最外边一层每边 12 人，那么彩车周围的小学生共有 108 人。
6. 如右图，一个长方形（阴影部分），它的四周是四个正方形。正方形的边长，相应地是长方形的长和宽。这四个正方形周长的和是 528，面积的和是 5512。那么中间这个长方形的面积是 800。



7. 果园里共收苹果 101 吨，用 7 辆大汽车和 4 辆小汽车全部运走，每辆大汽车比每辆小汽车多运 5 吨。那么大、小汽车各 1 辆共能运 17 吨。
8. 所有除以 15 所得的商数等于所得的余数的自然数之和等于 1680。

二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

9. 有一些苹果和梨. 如果按每 1 个苹果 2 个梨分堆, 梨分完时还剩 5 个苹果, 如果按每 3 个苹果 5 个梨分堆, 苹果分完了还剩 5 个梨. 那么梨有_____个.

【难度】★★★☆☆

【答案】80

【解析】我们设想再有 10 个梨, 与剩下 5 个苹果一起, 按“1 个苹果、2 个梨”前一种分堆, 都分完. 以后一种“3 个苹果、5 个梨”分堆来看, 苹果总数能被 3 整除. 因此可以把前一种分堆, 每 3 堆并成一大堆, 每堆有 3 个苹果, $2 \times 3 = 6$ (个) 梨. 与后一种分堆比较: 每堆苹果都是 3 个, 而梨多 1 个 ($6 - 5 = 1$). 梨的总数相差

设想增加 10 个+剩下 5 个=15 个.

$$(10+5) \div (6-5) = 15$$

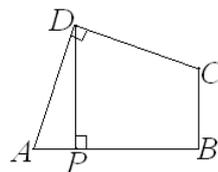
就知有 15 个大堆, 苹果总数是

$$15 \times 3 = 45 \text{ (个)}$$

梨的总数是 $(45 - 5) \times 2 = 80$ (个)

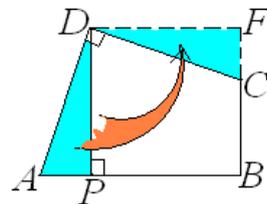
10. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$,

$AD = CD$, $DP \perp AB$ 于 P . 若 $DP = 17$, 则四边形 $ABCD$ 的面积=_____.



答案: 289.

理由: 如图, 割下三角形 APD , 补到三角形 CDF 的位置, 恰拼补成边长为 17 的正方形, 其面积为 $17^2 = 289$. 所以四边形 $ABCD$ 的面积为 289.



11. 在一次考试中, 甲、乙两人的考试结果如下: 甲答错了全部试题的 $\frac{1}{3}$, 乙答错了

7 道题，两人都答错的题目占全部的 $\frac{1}{5}$ ，那么两人都答对的题目最少有多少道。

答案：6.

理由：设全部试题有 x 道，则两人都答对的题目数是

$$x - \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) x + 7 \right] = \frac{13}{15} x - 7。$$

显然， x 越小两人都答对的题目数越少。由上式可知， x 应该是 15 的倍数，所以当 $x=15$ 为最小时，两人都答对的题目最少，是 6 道。所以两人都答对的题目最少有 6 道。

12. 如图一个 3×3 的网格中填好了数，定义一次操作：将这个表中的一行或一列或一条对角线上的数减去或加上同一个自然数。问：能否经过有限次操作，使得这 9 个数相等？如果能，请指出最少操作的次数；如果不能，请答 0. 那么最少操作次数是_____。

3	6	9
2	4	8
1	3	2

答案：0。

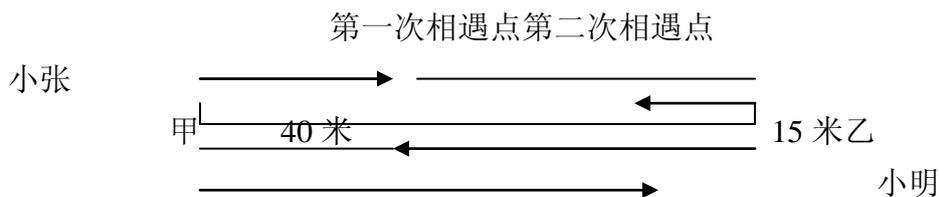
理由：每次操作都是增加或减少 3 的倍数。现在其和被 3 除余 2，若能成功 9 个相等的数被 3 整除，矛盾！所以不能成功。

三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 小张、小明两人同时从甲、乙两地出发相向而行，两人在离甲地 40 米处第一次相遇，相遇后两人仍以原速继续行驶，并且在各自到达对方出发点后立即沿原路返回，途中两人在距乙地 15 米处第二次相遇，甲、乙两地相距多少米？

答案：105 米

【解析】根据题意画图如下



从图中可知，小张、小明两人第一次相遇时，共行的路程即是甲、乙两地之间的距离，这时，小张行了 40 米。当他们第二次相遇时，小张行了甲、乙间距离还多 15

米，小明行了两个甲、乙间距离少 15 米，合起来两个人共行了甲、乙间距离的 3 倍。因此小张从出发到第二次相遇所行的路程应是他从出发到第一次相遇所行的路程的 3 倍，即可求出他从出发到第二次相遇所行的路程。又知这段路程比甲、乙间距离多 15 米，甲、乙间距离就可求出了。

小张从出发到第二次相遇所行的路程

$$40 \times 3 = 120 \text{ (米)}$$

甲、乙间距离

$$120 - 15 = 105 \text{ (米)}$$

14. 在黑板上写下两个自然数，将大数减小数的差代替大数，称为一次操作。如 $(15, 12) \rightarrow (3, 12)$ 。这样的过程一直进行下去，直到出现 2 个相等的数为止。若开始的两个数的和是 276，且都不是 23，而最后得到的两个相同的数是 23，那么开始的两个数的差是_____。

【答案】46

设开始的两个数是 x, y 。每次操作得到的二个新数的最大公约数不变。最后得到的两个相同的数是它们的最大公约数，

所以， $(x, y) = 23$ ，可以设 $x = 23a, y = 23b$ ，

【解析】 $(a, b) = 1$ 。 $276 = x + y = 23(a + b), a + b = 12, \because (a, b) = 1, a, b$ 必为奇数，且不是 1。因此只能是 $a = 5, b = 7$ ；或 $a = 7, b = 5$ 。

$\therefore x = 115, y = 161$ ；或者 $x = 161, y = 115$ 。