

華羅庚金杯少年數學邀請賽

2018 年香港賽區決賽

小中組試卷

日期：2018 年 3 月 10 日

一小時三十分鐘完卷 (上午 10:00 至上午 11:30)

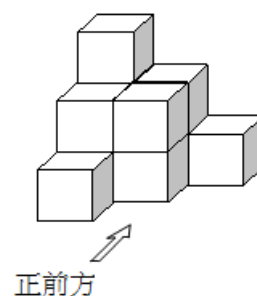
比賽須知：

1. 全卷共 14 題，滿分 150 分。包括填空題 8 道，每題 10 分；簡答題 4 道，每題 10 分；詳答題 2 道，每題 15 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；簡答題要求寫出簡要過程；詳答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有題目，答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試題和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名、及學校名稱。
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

本試卷共設 14 題，全部試題均須作答，所有答案寫在答題紙上。

一、 填空題（每小題 10 分，共 80 分）



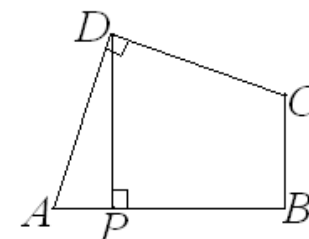
1. 如右圖所示的幾何體是由 11 個相同的小正方體擺放而成，在不改變它的三視圖的情況下，最多可以取走小正方體的個數為_____。
2. 若將 9 個數按照從小到大的順序排成一列，中間的數恰是這 9 個數的平均數，前 5 個數的平均數是 40，後 5 個數的平均數是 60，則這 9 個數的和為_____。
3. 德國數學家洛薩·科拉茨在 1937 年提出了一個猜想：如果 n 是奇數，我們計算 $3n+1$ ；如果 n 是偶數，我們除以 2。不斷重複這樣的運算，經過有限步驟後一定可以得到 1。例如， $n=6$ 時，經過上述運算，依次得到一系列數 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1。小梁同學對某個正整數 n ，按照上述運算，得到一系列數，已知第 6 個數為 1，則正整數 n 的所有可能取值為_____。
4. 3^{2014} 的個位數字是_____。
5. 運動會開幕式中，手持鮮花的小學生在一輛花車的四周圍成每邊三層的方陣。得知方陣最外邊一層每邊有學生 12 人，那麼圍在花車四周的方陣應有小學生合共_____人。
6. 右圖所示，陰影部份部分是一個長方形，貼在它的四條邊上是四個正方形。正方形的邊長，相應地是長方形的長和寬。這四個正方形周長的和是 528，面積的和是 5512，那麼陰影部分的這個長方形的面積應是_____。
7. 果園共收摘了蘋果 101 噸，共用了 7 輛大汽車和 4 輛小汽車把全部蘋果運走。已知每輛大汽車比每輛小汽車多運 5 噸，那麼大、小汽車各 1 輛共能運_____噸。
8. 所有除以 15 所得的商數等於所得的餘數的自然數(正整數)之和等於_____。

二、 解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

9. 有一些蘋果和梨，如果按每 1 個蘋果 2 個梨分堆，梨分完時還剩 5 個蘋果，如果按每 3 個蘋果 5 個梨分堆，蘋果分完了還剩 5 個梨，那麼梨有多少個？

10. 如圖，四邊形 ABCD 中， $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$,

$AD=CD$ ， $DP \perp AB$ 於 P。若 $DP=17$ ，則四邊形 ABCD 的面積等於多少？



11. 在一次考試中，甲、乙兩人的考試結果如下：甲答錯了全部試題的 $\frac{1}{3}$ ，乙答錯了 7 道題，兩人都答錯的題目占全部的 $\frac{1}{5}$ ，那麼兩人都答對的題目最少有多少道？

12. 如圖一個 3×3 的網格中填好了數，定義一次操作：將這個表中的一行或一列或一條對角線上的數減去或加上同一個自然數。問：能否經過有限次操作，使得這 9 個數相等？如果能，請指出最少操作的次數；如果不能，請答 0。那麼最少操作次數是幾次？

3	6	9
2	4	8
1	3	2

三、 解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

13. 小張、小明兩人同時從甲、乙兩地出發相向而行，兩人在離甲地 40 米處第一次相遇，相遇後兩人仍以原速繼續行駛，並且在各自到達對方出發點後立即沿原路返回，途中兩人在距乙地 15 米處第二次相遇，甲、乙兩地相距多少米？
14. 在黑板上寫下兩個自然數，將大數減小數的差代替大數，稱為一次操作，如 $(15, 12) \rightarrow (3, 12)$ ，這樣的過程一直進行下去，直到出現 2 個相等的數為止。若開始的兩個數的和是 276，且都不是 23，而最後得到的兩個相同的數是 23，那麼開始的兩個數的差是多少？

-- 全卷完 --