

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

小 學 高 年 級 組

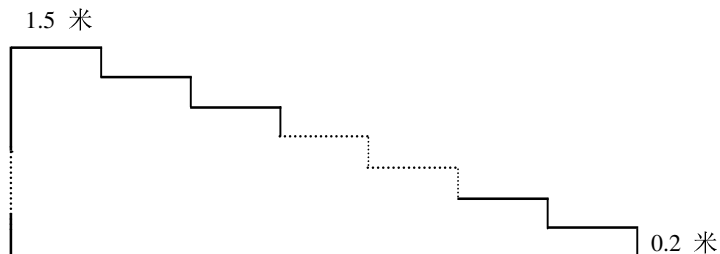
2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

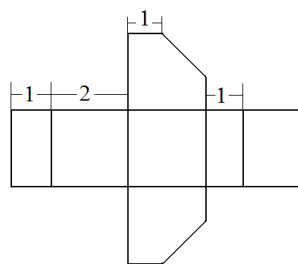
一、填空题 (每小題 10 分, 共 120 分)

1. 下圖為某小學禮堂樓梯的側面圖, 已知共有梯級 30 級, 且每級寬 1.5 米, 高 0.2 米。這禮堂樓梯的側面周界是 _____。



2. 在一數學解難比賽中, 50 名參賽同學需在一小時內解答兩條難題。結果, 有 19 人能正確答對難題一, 而答對難題二的人數則是 35 人, 則能一并答對兩條難題的人數最少是_____。
3. 某家庭育有孩子 6 名, 4 個女孩, 2 個男孩。已知他們的歲數是不一樣的, 最大的 10 歲, 最小的 4 歲; 且最大的男孩比最小的女孩大 4 歲, 最大的女孩比最小的男孩大 4 歲, 則最大的男孩的歲數是 _____。
4. m 、 a 、 t 、 h 是四個互不相同的正整數。若 $m \times a \times t \times h = 930$, 則 $m + a + t + h$ 的最大值為_____。
5. 算式 $10 - 10.5 \div [5.2 \times 14.6 - (9.2 \times 5.2 + 5.4 \times 3.7 - 4.6 \times 1.5)]$ 的值為_____。
6. 箱子裡已有若干個紅球和黑球, 放入一些黑球後, 紅球占全部球數的四分之一; 再放入一些紅球後, 紅球的數量是黑球的三分之二。若放入的黑球和紅球數量相同, 則原來箱子裡的紅球與黑球數量之比為_____。
7. 有兩個體積之比為 5:8 的圓柱, 它們的側面的展開圖為相同的長方形, 如果把該長方形的長和寬同時增加 6, 其面積增加了 114。那麼這個長方形的面積為_____。
8. 甲、乙兩個糧庫原來各存有整袋的糧食, 如果從甲糧庫調 90 袋到乙糧庫, 則乙糧庫存糧的袋數是甲糧庫的 2 倍; 如果從乙糧庫調若干袋到甲糧庫, 則甲糧庫存糧的袋數是乙糧庫的 6 倍。那麼甲糧庫原來最少存有_____袋的糧食。
9. 現有 211 名同學和四種不同的巧克力, 每種巧克力的數量都超過 633 顆。規定每名同學最多拿三顆巧克力, 也可以不拿。若按照所拿巧克力的種類和數量都是否相同分組, 則人數最多的一組至少有_____名同學。
10. 張兵 1953 年出生, 在今年之前的某一年, 他的年齡是 9 的倍數並且是這一年的各位數字之和, 那麼這一年他_____歲。

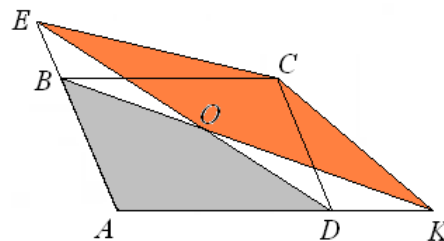
11. 右圖是一個五棱柱的平面展開圖，圖中的正方形邊長都為 2。按圖所示資料，這個五棱柱的體積等於_____。



12. 在乘法算式 $\overline{\text{草绿}} \times \overline{\text{花红了}} = \overline{\text{春光明媚}}$ 中，漢字代表非零數字，不同漢字代表不同的數字，那麼 $\overline{\text{春光明媚}}$ 所代表的四位數最小是_____。

二、解答下列各題 (每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程)

13. 如右圖， $ABCD$ 是平行四邊形， E 為 AB 延長線上一點， K 為 AD 延長線上一點。連接 BK ， DE 相交於一點 O 。問：四邊形 $ABOD$ 與四邊形 $ECKO$ 的面積是否相等？請說明理由。



14. 能否用 500 個右圖所示的 1×2 的小長方形拼成一個 5×200 的大長方形，使得 5×200 的長方形的每一行、每一列都有偶數個星？請說明理由。



15. 將一個 $2n$ 位數的前 n 位數和後 n 位數各當成一個 n 位數，如果這兩個 n 位數之和的平方正好等於這個 $2n$ 位數，則稱這個 $2n$ 位數為卡布列克 (Kabulek) 怪數，例如， $(30+25)^2 = 3025$ ，所以 3025 是一個卡布列克怪數。請問在四位數中有哪些卡布列克怪數？
16. 已知 98 個互不相同的質數 p_1, p_2, \dots, p_{98} ，記 $N = p_1^2 + p_2^2 + \dots + p_{98}^2$ ，問： N 被 3 除的餘數是多少？

三、解答下列各題 (每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程)

17. 小李和小張在一個圓形跑道上勻速跑步，兩人同時同地出發，小李順時針跑，每 72 秒跑一圈；小張逆時針跑，每 80 秒跑一圈。在跑道上劃定以起點為中心的 $\frac{1}{4}$ 圓弧區間，那麼兩人同時在劃定的區間內所持續的時間為多少秒？
18. 把一個棱長均為整數的長方體的表面都塗上紅色，然後切割成棱長為 1 的小立方塊，其中，兩面有紅色的小立方塊有 40 塊，一面有紅色的小立方塊有 66 塊，那麼這個長方體的體積是多少？