

## 第十七屆華羅庚金杯少年數學邀請賽

## 決賽筆試試題 A 參考答案

（小學中年級組）

## 一、填空（每題 10 分，共 120 分）

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	54, 27	2	81	14	48	144	120	15	11	6	7	26

## 二、解答下列各題（每題 15 分，共 60 分，要求寫出簡要過程）

13. 答案： 1.

**解答.** 因為撲克牌的點數最大是 13，最小是 1，既然小明手裡 3 張撲克牌的點數不同，第一張和第二張撲克牌的點數只能是 12 和 13 或 13 和 12。又有第二張和第三張撲克牌點數和是 13，第二張和第三張撲克牌點數均小於 13，所以，第二張撲克牌的點數只能是 12，則第三張撲克牌的點數是 1。

14. 答案： 200.

**解答.** 根據題意調換一個管道後，流量每小時增加了 40 立方米，知道兩種類型的管道的流量的差為每小時 40 立方米。設每個細管流量為  $a$ ，則 A-B 的 10 個細管的總流量為  $10a$ ，B-C 的 10 個粗管的總流量為  $10a+400$ 。由於一個串連通過的系統的最大流量等於其中最小流量的部分的管道流量。如果調換 5 個管道，A-B 與 B-C 兩部分的流量相等都是  $10a+200$ ，如果調換的數量超過 5 個，則 B-C 之間的流量反會小於 A-B 的流量，因此調換 5 個流量增加最大，此時增加了 200 立方米的流量。列表說明如下：

	A-B 段的總流量	B-C 段的總流量	系統的總流量	增減
初始狀態	$10a$	$10a+400$	$10a$	
調整 1 個管	$10a+40$	$10a+360$	$10a+40$	增
調整 2 個管	$10a+80$	$10a+320$	$10a+80$	增
調整 3 個管	$10a+120$	$10a+280$	$10a+120$	增
調整 4 個管	$10a+160$	$10a+240$	$10a+160$	增
調整 5 個管	$10a+200$	$10a+200$	$10a+200$	增
調整 6 個管	$10a+240$	$10a+160$	$10a+160$	減
.....	.....	.....	.....	減
調整 10 個管	$10a+400$	$10a$	$10a$	

15. 答案： 112.

解答. 原來長方形紙板的面積是： $11 \times 12 = 132$  為定值. 要使切掉四個小長方形之後剩下的部分面積最大，必須使切掉的四個小長方形的面積之和最小，顯然應該用 1 和 4 配對，然後用兩個 2 和兩個 3 分別配對，最後是兩個 2 配對. 被切掉的四個小長方形的面積分別是：4, 6, 6, 4，這時切掉的四個小長方形的面積之和最小. 於是紙板剩下部分的面積最大是： $132 - 4 - 4 - 6 - 6 = 112$ .

16. 答案： 7, 61.

解答. 由於“龍卡”上寫的數最小為 8，而  $8 \times 8 = 64 > 63$ ，所以這 20 張卡片中，“龍卡”至多

7 張。其餘的 13 張卡片上寫的數都是小於 8 的非龍卡。

設 7 張龍卡上寫的數的和為  $S$ ，再取兩張非龍卡的卡片補足為一個 9 張組，當補足的數值最小時， $S$  最大，由  $S+1+1 \leq 63$ ，因此  $S \leq 61$ 。即 7 張龍卡上所寫數的和  $S$  的最大可能值是 61。現在說明， $S$  的最大值為 61 是可以達到的。例如，7 張龍卡是 2 張 8，5 張 9；其餘非龍卡是 13 張 1，而  $S = 8 \times 2 + 9 \times 5 = 61$ 。滿足題設條件。

因此，這 20 張卡片中“龍卡”最多有 7 張；所有“龍卡”上寫的自然數的和的最大值是 61。