

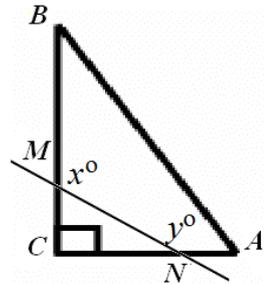
總分	
----	--

## 第十五屆華羅庚金杯少年數學邀請賽 決賽試題 A (初一組)

(時間: 2010 年 4 月 10 日 10:00~11:30)

### 一、填空题 (每題 10 分, 共 120 分)

- 計算  $2010.\dot{2}9 - 2010.\dot{2}9$  的值。
- 計算  $\frac{20112010}{20112011^2 - 20112009^2}$ 。
- 如圖,  $\triangle ABC$  為一個直角三角形,  $MN$  為一直線, 且  $\angle BMN = x^\circ$  及  $\angle ANM = y^\circ$ , 求  $x + y$ 。

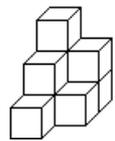


- 若  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ , 且  $\begin{vmatrix} x & -x \\ -4 & 10 \end{vmatrix} = 2010$ , 求  $x$  的值。
- 互不相等的有理數  $a, b, c$  在數軸上的對應點分別為  $A, B, C$ . 如果

$$|a - b| + |c - a| = |b - c|,$$

那麼在點  $A, B, C$  中, 居中的是點\_\_\_\_\_.

- 右圖所示的立體圖形由 9 個棱長為 1 的正方體木塊搭成, 這個立體圖形的表面積為\_\_\_\_\_.



- 汽車 A 從甲站出發開往乙站, 同時汽車 B、C 從乙站出發與 A 相向而行開往甲站, 途中 A 與 B 相遇後 15 分鐘再與 C 相遇. 已知 A、B、C 的速度分別是每小時 90km, 80km, 70km, 那麼甲乙兩站的路程是\_\_\_\_\_km.
- 把自然數 1~2010 分組, 要求每組內任意 3 個數的最大公約數為 1, 則至少需要分成\_\_\_\_\_組.
- 已知正  $n$  邊形的內角度數的兩倍為整數, 那麼這樣的正整數  $n$  有\_\_\_\_\_個.

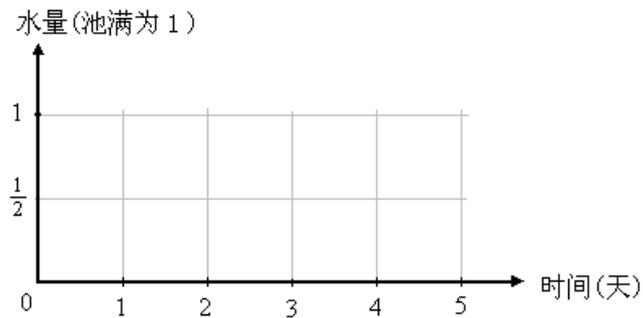
學校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 參賽證號 \_\_\_\_\_  
 密 封 線 內 請 勿 答 題

第十五屆華羅庚金杯少年數學邀請賽決賽試題 A (初一組)

10. 已知  $\frac{a+2b}{7} = \frac{3b-2c}{5} = \frac{c-2a}{3}$ , 則  $\frac{3a+b-2c}{2a-5b+6c}$  的值等於\_\_\_\_\_.

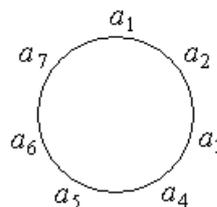
11. 六人參加乒乓球比賽, 每兩人賽一場, 分勝負, 無平局. 最終他們勝的場數分別是  $a, b, b, c, d, d$ , 且  $a > b > c > d$ , 那麼  $a$  等於\_\_\_\_\_.

12. 某中學新建游泳池開啓使用, 先用一天時間勻速將空游泳池注滿, 經兩天的處理後同速將水放光; 然後開始同速注水, 注滿一半時, 將注水速度加倍直到注滿. 請在下圖中用圖表示游泳池中水量隨時間的變化關係.



**二、解答下列各題 (每題 10 分, 共 40 分, 要求寫出簡要過程)**

13. 能否找到 7 個整數, 使得這 7 個整數沿圓周排成一圈後, 任 3 個相鄰數的和都等 29? 如果能, 請舉一例. 如果不能, 請簡述理由.



14. 已知  $k$  是滿足  $1910 < k < 2010$  的整數, 並且使二元一次方程組

$$\begin{cases} 5x - 4y = 7 \\ 4x + 5y = k \end{cases}$$

有整數解. 問: 這樣的整數  $k$  有多少個?

15. 所有以質數  $p$  為分母的最簡真分數的和記為  $m$ , 所有以質數  $q$  為分母的最簡真分數的和記為  $n$ . 若  $mn = 48$ , 求  $m + n$  的可能值.

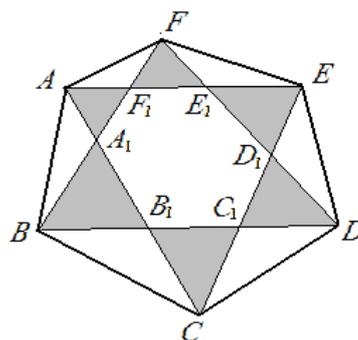
16. 解方程

$$x[x] = 80,$$

其中  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數.

**三、解答下列各題 (每題 15 分, 共 30 分, 要求寫出詳細過程)**

17. 右圖中,  $\triangle ABC$ ,  $\triangle BCD$ ,  $\triangle CDE$ ,  $\triangle DEF$ ,  $\triangle EFA$ ,  $\triangle FAB$  的面積之和等於六邊形  $ABCDEF$  的面積. 又圖中的 6 個陰影三角形面積之和等於六邊形  $ABCDEF$  的面積的  $\frac{1}{3}$ . 求六邊形  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  的面積與六邊形  $ABCDEF$  的面積之比.



18. 一個單項式加上多項式  $9(x-1)^2 - 2x - 5$  後等於一個整式的平方, 試求所有這樣的單項式.