

## 第十三屆 “華羅庚金杯” 少年數學邀請賽 決賽試卷（小學組）

（時間 2008 年 4 月 19 日 10:00~11:30）

### 一、填空（每題 10 分，共 80 分）

1. 計算：
$$\frac{6 \times 4014 + 9 \times 4016 + \frac{1}{2}}{3 \times 4014 + 3 \times 6024 + \frac{1}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 林林倒滿一杯純牛奶，第一次喝了  $\frac{1}{3}$ ，然後加入豆漿，將杯子斟滿並攪拌均勻，第二次，林林又喝了  $\frac{1}{3}$ ，繼續用豆漿將杯子斟滿並攪拌均勻，重複上述過程，那麼第四次後，林林共喝了一杯純牛奶總量的\_\_\_\_\_（用分數表示）。

3. 圖 1 是小明用一些半徑為 1 釐米、2 釐米、4 釐米和 8 釐米的圓、半圓、圓弧和一個正方形組成的一個鼠頭圖案，圖中陰影部分的總面積為\_\_\_\_\_平方釐米。

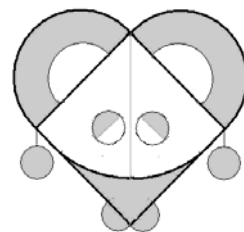


圖 1

4. 悉尼與北京的時差是 3 小時，例如：悉尼時間 12:00 時，北京時間是 9:00. 某日，當悉尼時間 9:15 時，小馬和小楊分別乘機從悉尼和北京同時出發去對方所在地，小馬於北京時間 19:33 分到達北京. 小馬和小楊路途上所用時間之比為 7:6，那麼小楊到達悉尼時，當地時間是\_\_\_\_\_。
5. 將六個自然數 14, 20, 33, 117, 143, 175 分組，如果要求每組中的任意兩個數都互質，則至少需要將這些數分成\_\_\_\_\_組。
6. 對於大於零的分數，有如下 4 個結論：
- ① 兩個真分數的和是真分數；
  - ② 兩個真分數的積是真分數；
  - ③ 一個真分數與一個假分數的和是一個假分數；
  - ④ 一個真分數與一個假分數的積是一個假分數。

其中正確結論的編號是\_\_\_\_\_。

7. 記  $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \cdots + \frac{1023}{1024}$ ，那麼比  $A$  小的最大的自然數是\_\_\_\_\_。
8. 黑板上寫著 1 至 2008 共 2008 個自然數，小明每次擦去兩個奇偶性相同的數，再寫上它們的平均數，最後黑板上只剩下一個自然數，這個數可能的最大值和最小值的差是\_\_\_\_\_。

二、解答下列各題（每題10分，共40分，要求寫出簡要過程）

9. 小李應聘某公司主任職位時，要根據下表回答主任的月薪是多少，請你來回答這個問題。

職位	會計與出納	出納與秘書	秘書與主管	主管與主任	主任與會計
月薪和	3000 元	3200 元	4000 元	5200 元	4400 元

10. 請將四個 4 用四則運算符號、括弧組成五個算式，使它們的結果分別等於 5、6、7、8、9。

11. 圖 2 中， $ABCD$  和  $CGEF$  是兩個正方形， $AG$  和  $CF$  相交於  $H$ ，已知  $CH$  等於  $CF$  的三分之一，三角形  $CHG$  的面積等於 6 平方釐米，求五邊形  $ABGEF$  的面積。

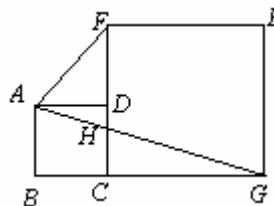


圖 2

12. 設六位數  $\overline{abcdef}$  滿足  $\overline{abcde} = f \times \overline{abcde}$ ，請寫出所有這樣的六位數。

三、解答下列各題（每題15分，共30分，要求寫出詳細過程）

13. 甲乙兩人沿一個周長為 400 米的環形跑道勻速前進，甲行走一圈需 4 分鐘，乙行走一圈需 7 分鐘，他們同時同地同向出發，甲走完 10 圈後，改為反向行走。出發後，每一次甲追上乙或和乙迎面相遇時，二人都擊掌示意。問：當二人第 15 次擊掌時，甲共走了多少時間？乙走了多少路程？

14. 右圖是一個分數等式：等式中的漢字代表數字 1、2、3、4、5、6、7、8 和 9，不同的漢字代表不同的數字。如

$$\frac{\text{北}}{\text{京}} = \frac{\text{奧運會}}{\text{夢想成真}}$$

果“北”和“京”分別代表 1 和 9。請寫出“奥运会”所代表的所有的三位整數，並且說明理由。