

## 第十屆全國“華羅庚金杯”少年數學邀請賽 決賽試題，初一組

### 一. 填空(每題 10 分，共 80 分)

1 ① 計算： $-13\frac{1}{2} \times \left(1\frac{1}{4} - 2\frac{11}{12}\right) \div (-0.5) \div \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \times [(-2)^2 - 2^2] = (\quad)$ ，

② 已知： $abc \neq 0$  且  $a + b + c = 0$ ，則  $\frac{|ab|}{|a|b|} + \frac{|bc|}{|b|c|} + \frac{|ca|}{|c|a|} = (\quad)$ 。

2 設  $m$  和  $n$  均不為零， $3x^2y^3$  和  $-5x^{2+2m+n}y^3$  是同類項，則  $\frac{3m^3 - m^2n + 3mn^2 + 9n^3}{5m^3 + 3m^2n - 6mn^2 + 9n^3} = (\quad)$ 。

3 由於浮力的作用，金放在水裏秤量和它的重量比較，在水中的“重量”會減少  $\frac{1}{19}$ ；銀放在水裏秤量和它的重量相比較，在水中的“重量”會減少  $\frac{1}{10}$ 。某個只含有金銀成分的古文物，重量是 150 克，在水中秤量，“重量”是 141 克，則古文物中金占  $(\quad)\%$ 。(精確到 1%)

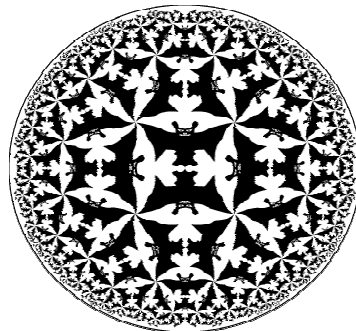


圖 1

4 圖 1 是幾何學中非常著名的美麗的軸對稱的圖形，它有  $(\quad)$  條對稱軸。

5 甲加工一種零件，乙加工另一種零件。甲用 A 型機器需要 6 小時才能完成任務，用 B 型機器效率降低 60%；乙用 B 型機器需要 10 小時才能完成任務，用 A 型機器效率提高 20%。如果甲用 A 型機器、乙用 B 型機器同時開始工作，中途某一時刻交換使用機器，甲和乙恰好同時完成任務。則甲完成任務所用的時間是  $(\quad)$  小時。

6 一個直角三角形三條邊的長度是 3、4、5，如果分別以各邊為軸旋轉一周，得到三個立體，那麼三個立體中最大的體積和最小的體積的比是  $(\quad)$ 。

7 一列自然數 0, 1, 2, 3, ..., 2005, ..., 2024，第一個數是 0，從第二個數開始，每一個都比它前一個大 1，最後一個是 2024。現在將這列自然數排成以下數表：

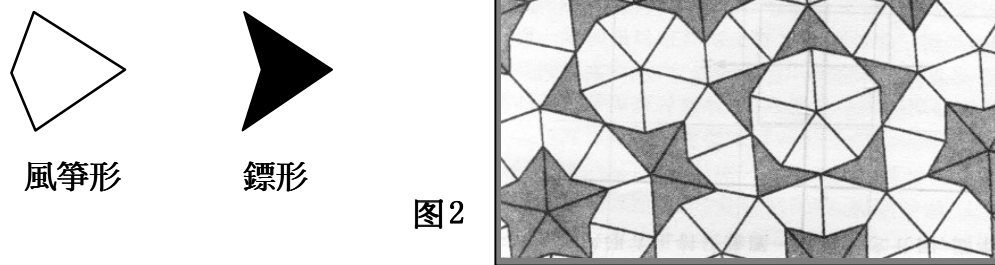
0	3	8	15	...
1	2	7	14	...
4	5	6	13	...
9	10	11	12	...
...	...	...	...	...

規定橫排為行，豎排為列，則 2005 在數表中位於第  $(\quad)$  行和第  $(\quad)$  列。

8  $(3m - 1)x = 6x - 35$  是關於  $x$  的方程，為確保該方程的解是負整數， $m$  能取的最大值是  $(\quad)$ 。

二. 解答下列各題，要求寫出簡要過程(每題10分，共40分)

9 圖 2 是由風箏形和鏢形兩種不同的磚鋪設而成。請仔細觀察這個美麗的圖案，並且回答風箏形磚和鏢形磚的內角各是多少度？



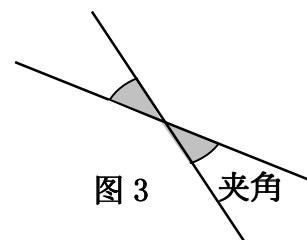
10 已知  $ax = by = cz = 1$ ，求  $\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+y^4} + \frac{1}{1+z^4}$  的值。

11 甲地需要糧食 90 噸，乙地需要糧食 70 噸，今丙地有糧食 100 噸，丁地有糧食 60 噸。由丙運往甲的每噸運費是丙運往乙每噸運費的 2 倍，由丁運往甲的每噸運費是丁運往乙每噸運費的 1.5 倍，由丙運往甲的每噸運費是丁運往甲每噸運費的 1.7 倍，問怎樣調運糧食，才能使總運費最省？

12 太平洋號和北冰洋號兩艘潛艇在海下沿直線同向潛航，北冰洋號在前，太平洋號在後，在潛航的某個時刻，太平洋號發出聲波，間隔 2 秒後，再次發出聲波。當聲波傳到北冰洋號時，北冰洋號會反射聲波。已知太平洋號的航行速度是每小時 54 千米，第一次和第二次探測到北冰洋號反射的回波的時間間隔是 2.01 秒，聲波轉播的速度是每秒 1185 米，問北冰洋號潛航的速度是每小時多少千米？(精確到每小時 1 千米)

三. 解答下列各題，要求寫出詳細過程(每題15分，共30分)

13 兩條直線相交，四個交角中的一個銳角或一個直角稱為這兩條直線的“夾角”(見圖 3)。如果在平面上畫  $L$  條直線，要求它們兩兩相交，並且“夾角”只能是  $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  和  $90^\circ$  之一，問：



- ①  $L$  的最大值是多少？
- ② 當  $L$  取最大值時，問所有的“夾角”的和是多少？

14 將一個棱長分別為 36 釐米、54 釐米和 72 釐米的長方體切割成一些大小相同、棱長是整數釐米的正方體，然後給這些正方體的表面塗色。有一高為 14 釐米、半徑為 6 釐米圓柱體桶，裝滿漆，已知每立方釐米的這種漆可以塗色 72 平方釐米。問：將這個長方體最多能切割成多少個棱長相同的小正方體，用這桶漆可以將它們全部染色？